



Title: Modelado dinámico del circuito RLC usando análisis numérico

Author: Ulices CAMACHO ALTAMIRANO

Editorial label ECORFAN: 607-8324
BCIERMIMI Control Number: 2017-02
BCIERMIMI Classification (2017): 270917-0201

Pages: 13
Mail: ucamacho713@alumno.uaemex.mx
RNA: 03-2010-032610115700-14

ECORFAN-México, S.C.
244 – 2 Itzopan Street
La Florida, Ecatepec Municipality
Mexico State, 55120 Zipcode
Phone: +52 1 55 6159 2296
Skype: ecorfan-mexico.s.c.
E-mail: contacto@ecorfan.org
Facebook: ECORFAN-México S. C.
Twitter: @EcorfanC

www.ecorfan.org

Holdings

Bolivia	Honduras	China	Nicaragua
Cameroon	Guatemala	France	Republic of the Congo
El Salvador	Colombia	Ecuador	Dominica
Peru	Spain	Cuba	Haití
Argentina	Paraguay	Costa Rica	Venezuela
Czech Republic			



Contenido

1. Introducción

- Modelo Algebraico del sistema RLC
- Modelo Numérico del sistema RLC

2. Resultados

- Solución Numérica

3. Conclusiones



**Congreso Interdisciplinario de Energías Renovables,
Mantenimiento Industrial, Mecatrónica e Informática**

2017

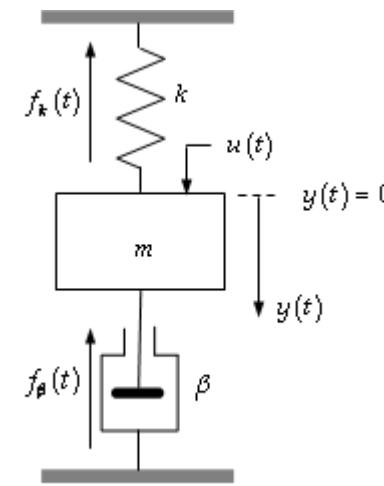
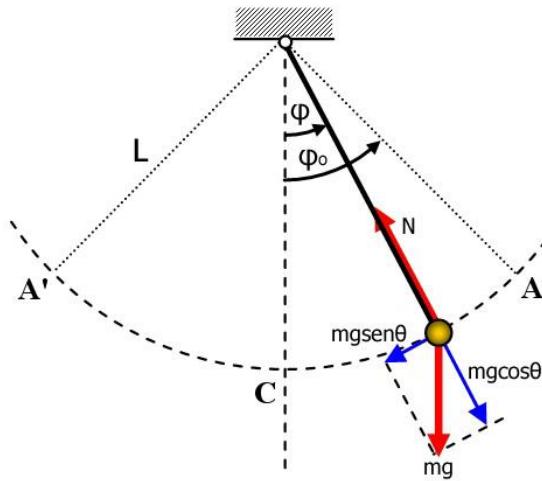


Introducción

Modelos algebraicos



Representación de fenómenos físicos



Congreso Interdisciplinario de Energías Renovables,
Mantenimiento Industrial, Mecatrónica e Informática

2017



Modelo Algebraico del sistema RLC

Leyes de Kirchoff

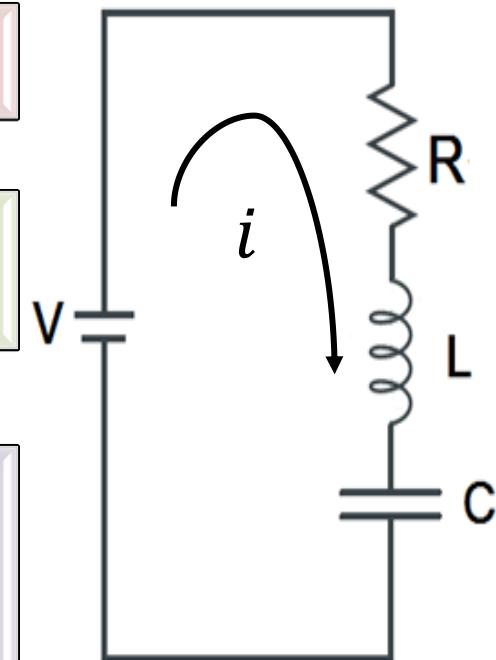
$$V = V_R + V_L + V_C$$

Ecuación
diferencial del
sistema RLC

$$V = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

Función de
Transferencia

$$\frac{I(S)}{V(S)} = \frac{1}{L} \frac{S}{S^2 + \frac{R}{L}S + \frac{1}{LC}}$$



Congreso Interdisciplinario de Energías Renovables,
Mantenimiento Industrial, Mecatrónica e Informática

2017



Modelo Algebraico del sistema RLC

Inversa
Transformada de
Laplace

$$i(t) = A \frac{C^{\frac{1}{2}} e^{-(\frac{Rt}{2L})}}{\left(\frac{CR^2}{4} - L\right)^{\frac{1}{2}}} \operatorname{senh}\left(\frac{t \left(\frac{CR^2}{4} - L\right)^{\frac{1}{2}}}{LC^{\frac{1}{2}}}\right) \text{Amp.}$$

Voltaje del
Capacitor

$$V_C = \frac{1}{C} \int i dt = -A e^{-(\frac{Rt}{2L})} \left[\operatorname{Cosh}\left(\frac{t \left(\frac{CR^2}{4} - L\right)^{\frac{1}{2}}}{LC^{\frac{1}{2}}}\right) + \frac{RC^{1/2}}{2 \left(\frac{CR^2}{4} - L\right)^{\frac{1}{2}}} \operatorname{senh}\left(\frac{t \left(\frac{CR^2}{4} - L\right)^{\frac{1}{2}}}{LC^{\frac{1}{2}}}\right) \right] V$$



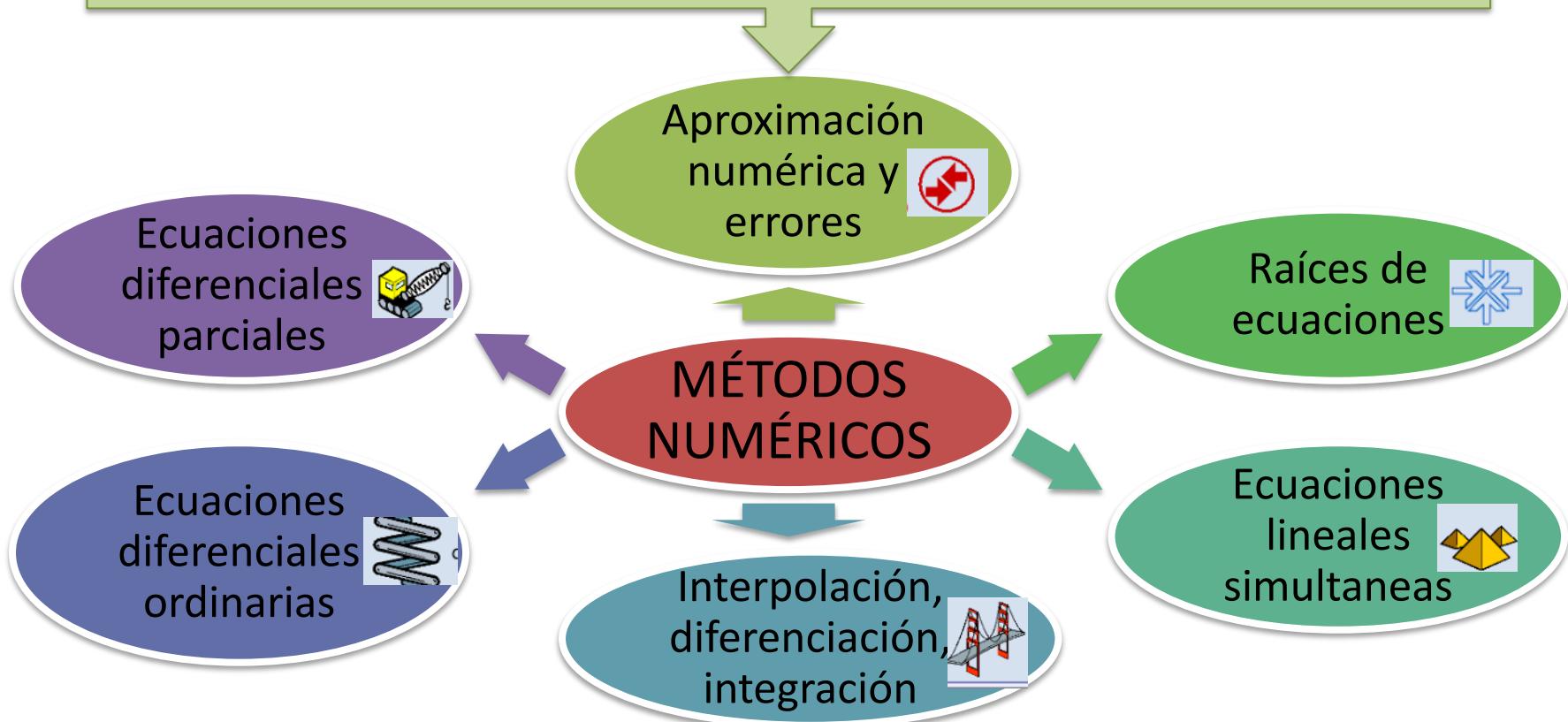
Congreso Interdisciplinario de Energías Renovables,
Mantenimiento Industrial, Mecatrónica e Informática

2017



Modelo Numérico del sistema RLC

Es frecuente el uso de métodos numéricos





Modelo Numérico del sistema RLC

Diferencias hacia adelante

$$\Delta Vc_i = Vc_{i+1} - Vc_i$$

Diferencias en k-ésimo orden

$$\Delta^k Vc_i = \Delta^{k-1} Vc_{i+1} - \Delta^{k-1} Vc_i$$

Reescritas

$$\begin{aligned}Vc_2 &= Vc_1 + \Delta^1 Vc_1 \\Vc_3 &= Vc_1 + 2\Delta^1 Vc_1 + \Delta^2 Vc_1 \\Vc_4 &= Vc_1 + 3\Delta^1 Vc_1 + 3\Delta^2 Vc_1 + \Delta^3 Vc_1 \\Vc_5 &= Vc_1 + 4\Delta^1 Vc_1 + 6\Delta^2 Vc_1 + 4\Delta^3 Vc_1 + \Delta^4 Vc_1\end{aligned}$$



Congreso Interdisciplinario de Energías Renovables,
Mantenimiento Industrial, Mecatrónica e Informática

2017



Modelo Numérico del sistema RLC

Por Binomio de Newton

$$Vc_{k+1} = \binom{k}{0} Vc_{i+1} + \binom{k}{1} \Delta^1 Vc_1 + \binom{k}{2} \Delta^2 Vc_1 + \binom{k}{3} \Delta^3 Vc_1 + \dots + \binom{k}{k} \Delta^k Vc_1$$

Simplificando en un polinomio k de grado j

$$y_{k+1} = a_0 + a_1 k + a_2 k^2 + a_3 k^3 + \dots + a_j k^j$$

Continuo en $a \leq x \leq b$ se aproxima a un polinomio

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4$$

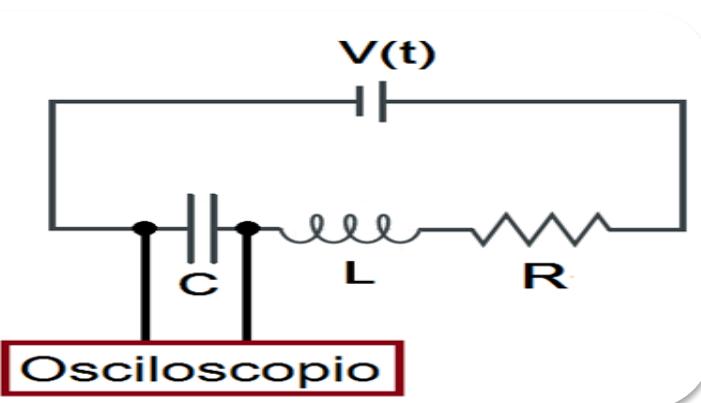


Congreso Interdisciplinario de Energías Renovables,
Mantenimiento Industrial, Mecatrónica e Informática

2017

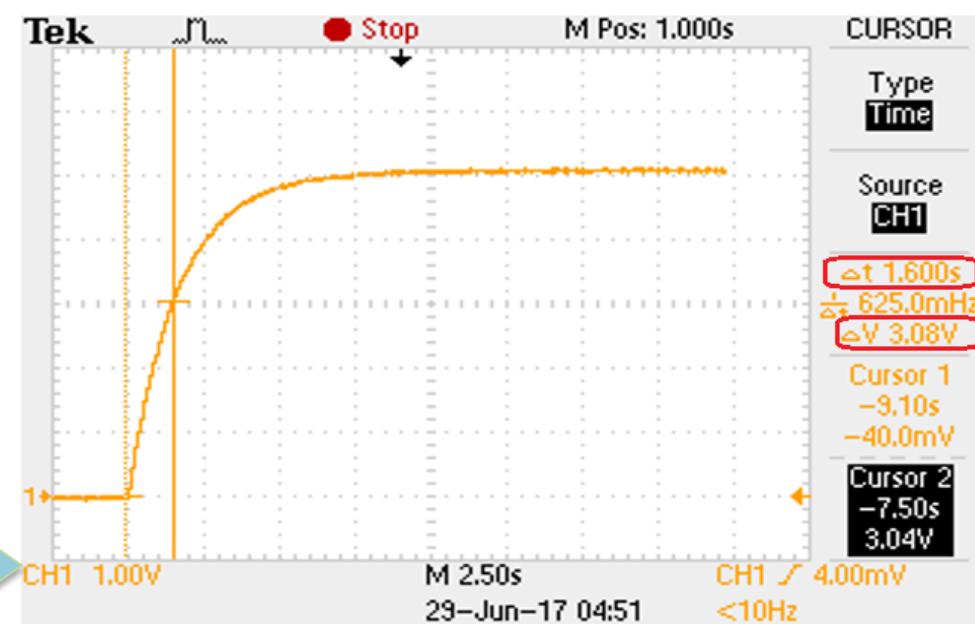


Resultados



V= 5 vdc
C= 330mF
R=4.7kΩ
L=680mH.

De forma teórica el tiempo es
 $t=1.65s$ y el voltaje es
 $Vt=3.16vdc$.

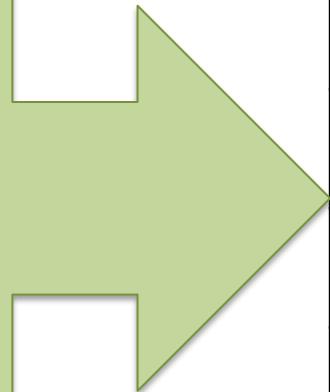




Solución Numérica

Voltaje de carga de
un capacitor
respecto del tiempo
 τ

Con un voltaje de
 $v=5\text{vcc}$ y un tiempo
de $t=1.65$ segundos



Tiempo en τ	Tiempo en segundos	Voltaje
1	1.65	3.16
2	3.3	4.325
3	4.95	4.75
4	6.6	4.91
5	8.25	4.965





Solución Numérica

Representación polinomial

$$a_0 + 1.65a_1 + (1.65^2)a_2 + (1.65^3)a_3 + (1.65^4)a_4 = 3.16$$

$$a_0 + 3.30a_1 + (3.30^2)a_2 + (3.30^3)a_3 + (3.30^4)a_4 = 4.325$$

$$a_0 + 4.95a_1 + (4.95^2)a_2 + (4.95^3)a_3 + (4.95^4)a_4 = 4.75$$

$$a_0 + 6.60a_1 + (6.60^2)a_2 + (6.60^3)a_3 + (6.60^4)a_4 = 4.91$$

$$a_0 + 8.25a_1 + (8.25^2)a_2 + (8.25^3)a_3 + (8.25^4)a_4 = 4.965$$

$$f(x) = 0.0018 + 2.8168t - 0.6629t^2 + 7.3199 \times 10^{-2}t^3 - 3.0777 \times 10^{-3}t^4$$

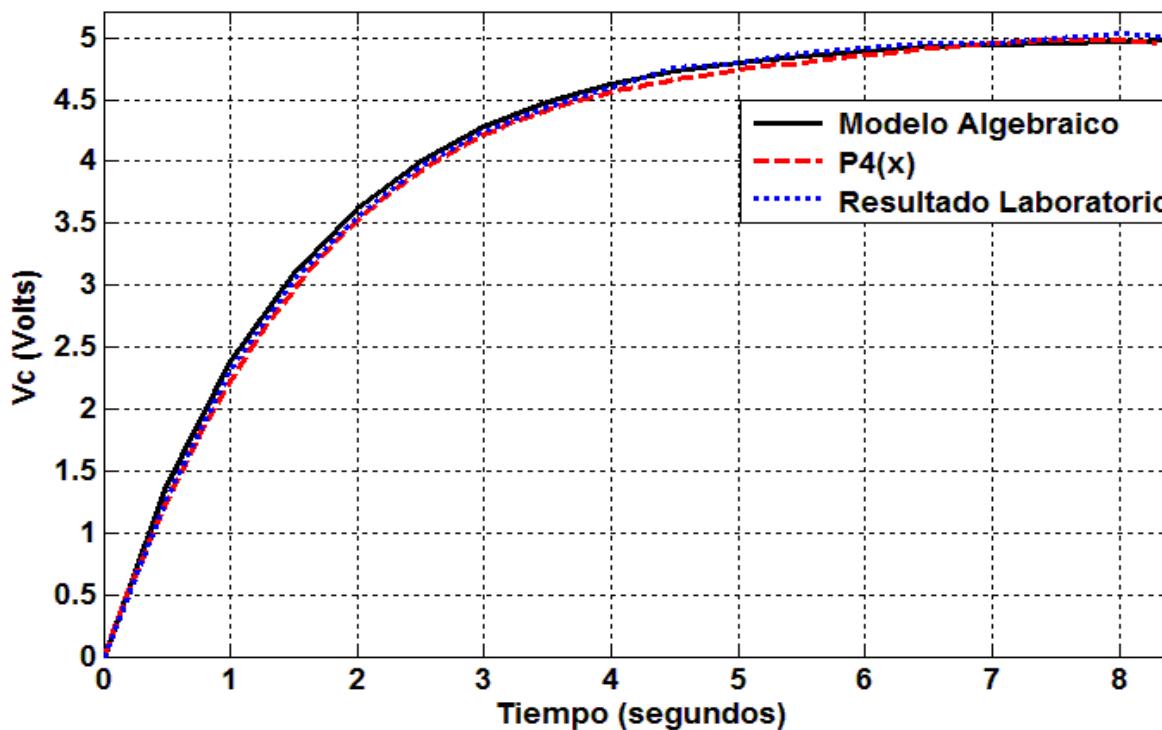


**Congreso Interdisciplinario de Energías Renovables,
Mantenimiento Industrial, Mecatrónica e Informática**

2017



Solución Numérica



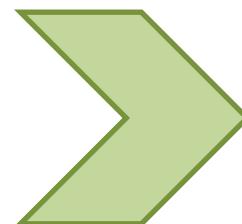


Solución Numérica

Error Relativo

Error absoluto de los voltajes de carga en el capacitor respecto del Tiempo τ

Validar el modelo Algebraico y Numérico Contra el modelo de laboratorio



Tiempo en τ	V_{Lab}	$V_{P(4)}$	$V_{Alg.}$	\mathcal{E}_{R_P4}	$\mathcal{E}_{R_Alg.}$
1	3.240	3.160	3.274	2.469	1.049
2	4.400	4.325	4.404	1.704	0.090
3	4.800	4.750	4.794	1.041	0.125
4	4.960	4.910	4.929	1.008	0.062
5	5.040	4.965	4.976	1.488	1.269



Congreso Interdisciplinario de Energías Renovables,
Mantenimiento Industrial, Mecatrónica e Informática

2017



Conclusiones

- Las variaciones de las curvas en los puntos seleccionados para un tiempo τ señalan resultados entre 97.5% y 99% de exactitud entre modelos.
- La simplicidad de la ecuación del modelo propuesto corresponde a un sistema polinomial de cuarto orden.
- Trabajos futuros estarán encaminados a disminuir el grado del polinomio haciéndolo más simple computacionalmente.



**Congreso Interdisciplinario de Energías Renovables,
Mantenimiento Industrial, Mecatrónica e Informática**

2017



ECORFAN®

© ECORFAN-Mexico, S.C.

No part of this document covered by the Federal Copyright Law may be reproduced, transmitted or used in any form or medium, whether graphic, electronic or mechanical, including but not limited to the following: Citations in articles and comments Bibliographical, compilation of radio or electronic journalistic data. For the effects of articles 13, 162,163 fraction I, 164 fraction I, 168, 169,209 fraction III and other relative of the Federal Law of Copyright. Violations: Be forced to prosecute under Mexican copyright law. The use of general descriptive names, registered names, trademarks, in this publication do not imply, uniformly in the absence of a specific statement, that such names are exempt from the relevant protector in laws and regulations of Mexico and therefore free for General use of the international scientific community. BCIERMIMI is part of the media of ECORFAN-Mexico, S.C., E: 94-443.F: 008- (www.ecorfan.org/ booklets)